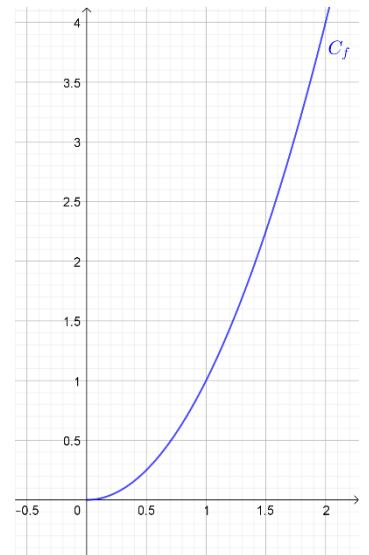


Approximation par balayage (version avec listes)

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^2$.

On admet que la fonction f est croissante sur $[0; +\infty[$ et que l'équation $f(x) = 2$ a une unique solution sur $[0; +\infty[$, notée $\sqrt{2}$.

Le but de l'exercice est d'obtenir des valeurs approchées de $\sqrt{2}$.



- 1) Ecrire une fonction Python f qui reçoit une valeur x en argument et renvoie l'image de x par la fonction f .
- 2) La fonction ci-dessous permet d'obtenir une liste d'images successives par la fonction f sur l'intervalle $[1; 2]$, avec un pas de $10^{-1} = 0,1$.

(pour fonctionner, nécessite que la fonction f soit créée au préalable)

```
def balayage():
    L=[]
    x=1
    while x<2:
        L.append(f(x))
        x = x+0.1
    return L
```

- a) À l'aide de cette fonction, compléter le tableau de valeurs :

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
$f(x)$											

On arrondira les valeurs obtenues avec Python au centième près.

- b) Pour quelle valeur x_1 du tableau a-t-on $x_1 \leq \sqrt{2} \leq x_1 + 0,1$?
Justifier que cette valeur est la dernière valeur du tableau qui vérifie $f(x) \leq 2$.
- c) Modifier la fonction précédente pour qu'elle renvoie cette valeur x_1 .
Aides : On pourra :
 - modifier la condition de la boucle while.
 - supprimer la construction de la liste L,
 Attention, la fonction devra uniquement renvoyer une valeur, qui est x_1 .
- 3) Compléter la fonction pour qu'elle effectue, à partir de cette valeur x_1 , un nouveau balayage de pas $10^{-2} = 0,01$.
La fonction renverra une valeur x_2 telle que $x_2 \leq \sqrt{2} \leq x_2 + 0,01$.
- 4) Compléter la fonction pour qu'elle renvoie une valeur x_3 telle que $x_3 \leq \sqrt{2} \leq x_3 + 0,001$.
- 5) a) En ajoutant une boucle, modifier la fonction précédente pour qu'elle renvoie une valeur x_n telle que $x_n \leq \sqrt{2} \leq x_n + 10^{-n}$, où n est une valeur donnée en argument de la fonction.
- b) Donner une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-7} près.
- 6) Prolongement :
On admet que l'équation $x^3 = 5$ admet une unique solution sur $[0; +\infty[$, notée $\sqrt[3]{5}$.
Déterminer une valeur approchée de $\sqrt[3]{5}$ à 10^{-8} près.